Comment gagner à tous les jeux ?

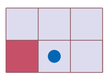
Étienne Mann et Daniel Naie — Université d'Angers

Comment gagner à un jeu ? Cette question assez générale a une réponse en mathématique sous le théorème de Zermelo.

Théorème (Zermelo)**.** *Tout jeu à 2 joueurs sans partie nulle a une stratégie gagnante soit l'un des joueurs.*

La tablette de chocolat empoisonnée

Règle: Ce jeu consiste en une tablette de chocolat où le carré en bas à gauche est empoisonné et il ne faut pas le manger. A tour de rôle, le joueur choisit un carreau et mange tous les carreaux situé, en haut et à droite de ce carreau. **Le perdant est celui qui a mangé le carreau foncé qui est empoisonné.**

Par exemple, en commençant avec  , le premier joueur choisit le carré marqué par le point bleu et obtient la configuration .
Dans la suite, on explique comment gagner à tous les coups à ce jeu.

Cosntruction de l'arbre du jeu

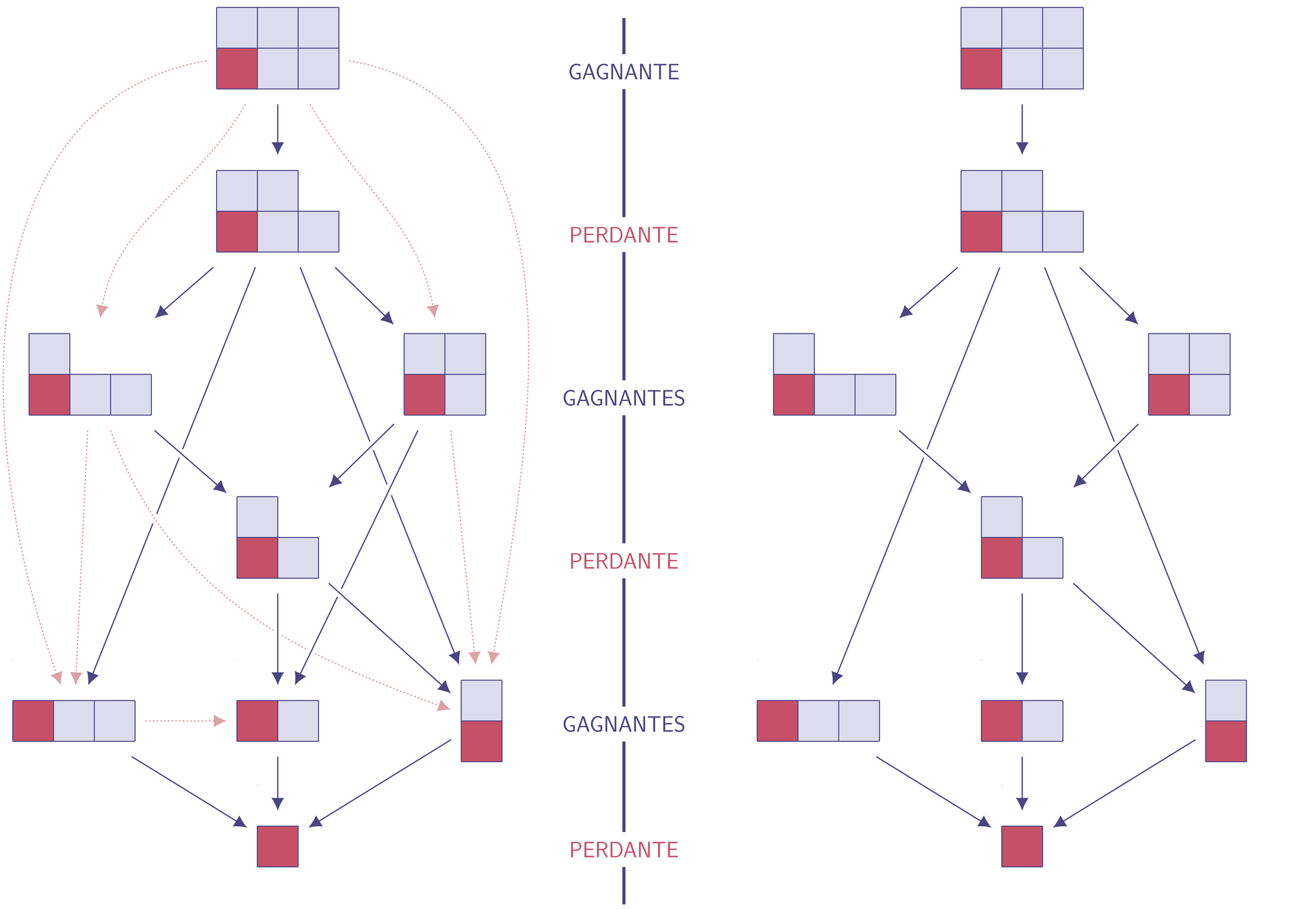
Première étape

Dessiner toutes les positions possibles du jeu ainsi que toutes les flèches de passage entre elles. Une position est

- GAGNANTE s'il existe une flèche vers une position perdante
- PERDANTE si toutes les flèches vont vers une position gagnante.

Deuxième étape

De chaque position GAGNANTE, ne garder que les flèches qui vont vers les positions PERDANTES. De chaque position PERDANTE, garder toutes les flèches. Nous arrivons à l'arbre suivant (en suprimant les flèches roses de l'arbre de gauche).



Conclusion

Le graphique qu'on vient de construire est appelé l'arbre du jeu. On en conclut que le premier joueur, s'il prend le carreau en haut à droite puis qu'il suit l'arbre, est sûr de gagner. Il a donc une stratégie gagnante.