

TD : Exercices de logique

négation

Exercice 1 Ecrire la négation des propositions suivantes :

1. Toutes les voitures rapides sont rouges;
2. il existe un mouton écossais dont au moins un côté est noir;
3. Pour tout $\varepsilon > 0$, il existe $q \in \mathbb{Q}^{**}$ tel que $0 < q < \varepsilon$;
4. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $x^2 < 0$.

Exercice 2 Enoncer la négation des assertions suivantes :

1. Tout triangle rectangle possède un angle droit
2. Dans toutes les prisons tous les détenus détestent tous les gardiens
3. Pour tout entier x il existe un entier y tel que pour tout entier z la relation $z < y$ implique la relation $z < x + 1$.

Exercice 3 Soit P, Q, R des propositions. Dans chacun des cas suivants, les propositions citées sont-elles la négation l'une de l'autre ?

1. $(P \text{ et } Q)$; $(\text{non } P \text{ et non } Q)$;
2. $(P \Rightarrow Q)$; $(\text{non } Q \Rightarrow \text{non } P)$;
3. $(P \text{ ou } Q)$; $(P \text{ et } Q)$.

Exercice 4 Soit a, b, c des réels. Ecrire la négation des propositions suivantes :

1. $a \leq -2$ ou $a \geq 3$;
2. $a \leq 5$ et $a > -1$;
3. $a \leq 5$ ou $3 > c$;

connecteurs et logique

Exercice 5 Supposons que les chiens aboient et que la caravane passe. Traduisez les propositions suivantes en langage propositionnel. On note p : les chiens aboient et q : la caravane passe.

- a** Si la caravane passe, alors les chiens aboient. **b** Les chiens n'aboient pas.
c La caravane ne passe pas ou les chiens aboient. **d** Les chiens n'aboient pas et la caravane ne passe pas.

Exercice 6 Dans chaque exemple, y a-t-il équivalence entre la proposition A et la proposition B ? Donner l'implication vraie, s'il y en a une.

Exemple 1 : Proposition A : Pour toute porte, il existe une clé qui ouvre la porte.
 Proposition B : Il existe une clé, pour toute porte, la clé ouvre la porte.

Exemple 2 : Proposition A : Pour tout $x \in \mathbb{R}$, il existe $y \in \mathbb{R}$, $y < x$
 Proposition B : Il existe $y \in \mathbb{R}$, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $y < x$.

Exercice 7 Examiner les relations logiques existant entre les assertions suivantes :

- | | |
|------------------------------------|------------------------------------|
| A - Tous les hommes sont mortels | B - Tous les hommes sont immortels |
| C - Aucun homme n'est mortel | D - Aucun homme n'est immortel |
| E - Il existe des hommes immortels | F - Il existe des hommes mortels |

Exercice 8 On dit que "P ou exclusif Q" est vrai si P ou Q est vrai mais pas simultanément P et Q. Ecrire la table de vérité du "ou exclusif".

Exercice 9 En interprétant p par "je pars", q par "tu restes" et r par "il n'y a personne", traduisez les formules logiques suivantes en phrases du langage naturel :

$$(p \wedge \neg q) \Rightarrow r \quad (\neg p \vee \neg q) \Rightarrow \neg r$$

Exercice 10 Evaluer les formules suivantes en considérant uniquement les valeurs des variables données:
 $q \Rightarrow (p \Rightarrow r)$, avec $q = F$ $p \wedge (p \vee q)$, avec $q = V$ $p \vee (q \Rightarrow r)$, avec $q = F$

Exercice 11 En utilisant les tables de vérité, démontrer que
 $(P \Rightarrow Q \text{ et } Q \Rightarrow R) \Rightarrow (P \Rightarrow R)$ $\neg(P \vee Q) \Leftrightarrow \neg P \wedge \neg Q$ $\neg(P \wedge Q) \Leftrightarrow \neg P \vee \neg Q$

Exercice 12 Evaluer les formules suivantes en utilisant les tables de vérités. Indiquez alors lesquelles parmi ces formules sont satisfaisables, réfutables, lesquelles sont des tautologies, des contradictions.

$$(p \Rightarrow q) \vee (q \Rightarrow p) \quad (p \Leftrightarrow q) \wedge (p \Leftrightarrow \neg q)$$

Exercice 13 A l'aide de la méthode des tables de vérité, dites si les formules suivantes sont des tautologies.

$p \vee \neg p$	(principe du tiers exclu)
$\neg(p \wedge \neg p)$	(principe de non-contradiction)
$(p \vee q) \Rightarrow (q \vee p)$	(commutativité de \vee)
$p \rightarrow (q \rightarrow p)$	(le vrai est impliqué par tout)
$\neg p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$	(le faux implique tout)
$(\neg p \Rightarrow p) \Rightarrow p$	(preuve par l'absurde)
$((\neg p \Rightarrow q) \wedge (\neg p \Rightarrow \neg q)) \Rightarrow p$	(preuve par l'absurde)
$((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$	(transitivité de \rightarrow)

quantificateurs

Exercice 14 Ecrire à l'aide de quantificateurs les propositions suivantes :

1. Le carré de tout réel est positif.
2. Certains réels sont strictement supérieurs à leur carré.
3. Aucun entier n'est supérieur à tous les autres.
4. Tous les réels ne sont pas des quotients d'entiers.
5. Il existe un entier multiple de tous les autres.
6. Entre deux réels distincts, il existe un rationnel.
7. Etant donné trois réels, il y en a au moins deux de même signe.

Exercice 15 Peut-on intervertir les quantificateurs " $\forall n \in \mathbb{N}$ " et " $\exists m \in \mathbb{N}$ " dans les propositions suivantes (justifier proprement votre réponse).

a) $\forall n \in \mathbb{N}, \exists m \in \mathbb{N} \ n \geq m$ b) $\forall n \in \mathbb{N}; \exists m \in \mathbb{N} \ n^2 \geq m$:

Exercice 16 Un ensemble $A \subset \mathbb{R}$ est dit ouvert si la propriété suivante est vérifiée :

$$\forall x \in A \ \exists \varepsilon > 0 \text{ tel que }]x - \varepsilon ; x + \varepsilon[\subset A$$

- a) Montrer que $]0; 1[$ est un ouvert de \mathbb{R} .
- b) En niant la définition ci-dessus, montrer que $]0; 1[$ n'est pas un ouvert de \mathbb{R} .
- c) Quels sont les ensembles $A \subset \mathbb{R}$ qui vérifient la définition ci-dessus après interversion des quantificateurs " $\forall x \in A$ " et " $\exists \varepsilon > 0$ ".

raisonnement par récurrence, par l'absurde, par contraposé

Exercice 17 Démontrer les énoncés suivants par récurrence (éventuellement forte) :

1. Pour tout naturel n , on a $\sum_{k=0}^n 2^k = 2^{n+1} - 1$;
2. Pour tout entier naturel n , on a $\sum_{k=0}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$;
3. $\sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$;
4. $\sum_{k=0}^n k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$
4. Démontrer à l'aide d'un raisonnement par récurrence la propriété suivante :
 $P(n) : 10^n - (-1)^n$ est divisible par 11

Exercice 18

- a. Partager un carré en 4 carrés, puis en 6, 7, 8, 9 et 10 carrés.
- b. Peut-on partager un carré en 3 ou 5 carrés?
- c. Démontrer à l'aide d'un raisonnement par récurrence (de 3 en 3) que tout carré peut être partagé en n carrés, $n \geq 6$.

Exercice 19 En utilisant un raisonnement par l'absurde, démontrer que :

1. La somme et le produit d'un nombre rationnel (non nul pour \times) et d'un nombre irrationnel sont des nombres irrationnels.
2. La racine carré d'un nombre irrationnel positif est un nombre irrationnel.
3. Un rectangle a pour aire 170 m^2 . Montrer que sa longueur est supérieure à 13 m .
4. Démontrer par un raisonnement par l'absurde la proposition suivante :
" Si n est le carré d'un nombre entier non nul alors $2n$ n'est pas le carré d'un nombre entier".
5. $\sqrt{2}$ est un nombre irrationnel (écrire $\sqrt{2}$ sous forme d'une fraction irréductible $\frac{p}{q}$ puis discuter la parité de p et q).

Exercice 20 A l'aide d'un raisonnement par contraposé, démontrer que :

1. Si $n^2, n \in \mathbb{N}$, est impair alors n est impair.
2. Si $\forall \varepsilon > 0 \ a \leq \varepsilon$ alors $a \leq 0$ ($a \in \mathbb{R}$).
3. Soit a un réel. Si a^2 n'est pas un multiple entier de 16, alors $a/2$ n'est pas un entier pair.

Exercice 21 Le but de cet exercice est de démontrer par contraposition la propriété P suivante pour $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$:

P : Si l'entier $(n^2 - 1)$ n'est pas divisible par 8, alors l'entier n est pair.

1. Définir la contraposé d'une implication $A \Rightarrow B$, A et B représentant des assertions. Démontrer l'équivalence à l'aide d'un tableau de vérité.
2. Ecrire la contraposée de la proposition P .
3. Démontrer qu'un entier impair n s'écrit sous la forme $n = 4k + r$ avec $k \in \mathbb{N}$ et $r \in \{1, 3\}$.
4. Prouver alors la contraposée.
5. A-t-on démontré la propriété de l'énoncé ?

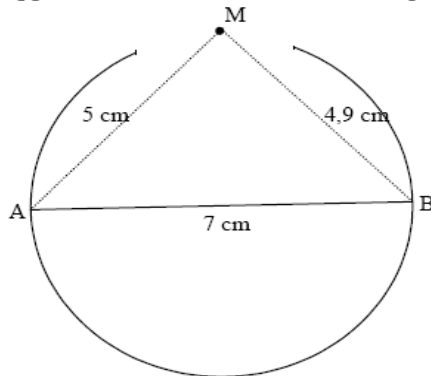
Exercice 22

- a. Enoncer précisément le théorème de Thalès.
- b. Enoncer précisément la réciproque du théorème de Thalès.

- c. Enoncer précisément la contraposé du théorème de Thalès.
- d. Déterminer pour chaque cas, a b ou c, un exemple.

Exercice 23 Résoudre le problème suivant en utilisant un raisonnement par l'absurde.

Le point M appartient-il au cercle de diamètre [AB] ?



Exercice 24

Soit n un entier naturel. On se donne $n + 1$ réels x_0, x_1, \dots, x_n de $[0, 1]$ vérifiant:
 $0 \leq x_0 \leq x_1 \leq \dots \leq x_n \leq 1$.

On veut démontrer par l'absurde la propriété P suivante :

P : Il y a deux de ces réels qui sont distants de moins de $\frac{1}{n}$.

1. Ecrire à l'aide de quantificateurs et des valeurs $x_i - x_{i-1}$ une formule logique équivalente à la propriété.
2. Ecrire la négation de cette formule logique.
3. Rédiger une démonstration par l'absurde de la propriété.

Exercice 25

Déterminer les raisonnements qui sont logiquement valides.

Tous les élèves sont charmants
 Or Édouard est charmant
 Donc Édouard est un élève.

Édouard est un élève
 Or tous les élèves sont charmants
 Donc Édouard est charmant.

Aucun élève n'est charmant

Or Édouard n'est pas charmant
 Donc Édouard est un élève.

Aucun élève n'est charmant
 Or Édouard est un élève
 Donc il n'est pas charmant.

La plupart des élèves s'appellent Édouard

Or tous les Édouard sont charmants
 Donc certains élèves sont charmants.

Tous les élèves s'appellent Édouard
 Or certains Édouard ne sont pas charmants

Donc certains élèves sont charmants

ensemble

Exercice 26 Soit $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ et soit les parties suivantes de E :

$A = \{1, 2, 3, 4\}$; $B = \{4, 5, 6, 7\}$; $C = \{1, 3, 5, 7\}$; $D = \{2, 3, 4, 5, 6\}$.

Calculer $(A \cap B) \cup (C \cap D)$, $(A \cup C) \cap (B \cup D)$ et $(A^c \cap D)^c \cap (B \cup C)^c$.

Exercice 27 On appelle différence symétrique de deux sous ensembles A et B de E le sous ensemble :

$$A \Delta B = (A \cap B^c) \cup (B \cap A^c)$$

a) Déterminer $A \Delta \emptyset$; $A \Delta E$ et $A \Delta A$.

b) Montrer que $A \Delta B = B \Delta A$ et $(A \Delta B) \Delta C = A \Delta (B \Delta C)$.

Exercice 28 Soit A, B deux parties d'un ensemble E. A-t-on nécessairement ?

$$(A \cap B)^c \subset A^c \cap B^c ? \quad A^c \cap B^c \subset (A \cap B)^c ? \quad (A \cup B)^c \subset A^c \cup B^c ?$$

Exercice 29 Soit A, B deux parties d'un ensemble E et f une fonction définie sur E. A-t-on nécessairement : $f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$? et $f(A \cup B) \subset f(A) \cup f(B)$?

Justifier chaque cas par une preuve ou un contre-exemple !

Exercice 30. Dans une classe de 30 élèves, tous font au moins une des deux langues : allemand ou espagnol. 18 font allemand et 19 font espagnol. Combien font les deux langues?

Exercice 31 Dans cet établissement, le quart des élèves ne fait pas d'allemand, le tiers ne fait pas d'anglais, 300 pratiquent les deux langues, et un douzième des élèves ne pratique aucune de ces deux langues. Combien d'élèves n'étudient que l'allemand ? A- 150 B - 100 C - 75 D - 50 E - 25

Exercice 32 Dans une classe, 70% des élèves jouent au football et 40% jouent au volley-ball; 15% des élèves pratiquent ces deux sports. Quel est le pourcentage d'élèves qui ne jouent ni au football, ni au volley-ball ?

A - 0% B - On ne peut pas savoir car il manque des données C - 10% D - 5%

Exercice 33 L'entraîneur d'une équipe de handball possède 60 maillots à manches longues dont 20 bleus. Les autres maillots qu'il possède sont bleus à manches courtes. Il a 80 maillots bleus en tout. Laquelle des réponses suivantes donne le nombre de maillots de l'entraîneur ?

A - 120 B - 140 C - 160 D - il manque des informations

Injectivité, surjectivité, bijectivité

Exercice 34 Parmi les applications suivantes, déterminer les injections, les surjections et les bijections:

$$\begin{array}{llllll}
 f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} & f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R} & f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C} & f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} & g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \\
 x \rightarrow x^2 & x \rightarrow x^2 & z \rightarrow z^2 & n \rightarrow 2n & n \rightarrow \begin{cases} \text{si } n \text{ pair} \\ \sin n \end{cases}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
 f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} & f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 & f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 \\
 (x,y) \rightarrow x+y & (x,y) \rightarrow (x+y, x-y) & (x,y) \rightarrow (x+y, x^2-y^2)
 \end{array}$$

Relation d'ordre et d'équivalence

Exercice 35 Deux éléments x et y d'un ensemble E muni d'une relation d'ordre \angle sont comparables si l'on a $x \angle y$ ou $y \angle x$.

Quand tous les éléments sont comparables, l'ordre est dit total; sinon on dit qu'il est partiel.

a) Montrer que l'inclusion définit un ordre partiel sur $\wp(E)$, l'ensemble des parties de E.

b) Montrer que la relation \leq est un ordre total sur $\hat{\mathbb{I}}$.

c) Montrer que, la relation $x | y$ (si x divise y, $x, y \in \mathbb{E}^*$) est un ordre partiel sur \mathbb{E} .

Exercice 36 Ordre lexicographique. Soient $X = (x_1; x_2) \in \mathbb{E}^2$ et $Y = (y_1; y_2) \in \mathbb{E}^2$. On dit que $X \leq Y$ si $x_1 \leq y_1$ ou ($x_1 = y_1$ et $x_2 \leq y_2$)

a) Montrer que l'on définit ainsi une relation d'ordre sur \mathbb{E}^2 . Cet ordre est-il total ?

b) soit $X = (x_1; x_2) \in \mathbb{E}^2$. Déterminer l'ensemble des points $Y \in \mathbb{E}^2$ tels que $X \leq Y$.

Exercice 37 Soit E un ensemble. On note $\wp(E)$ l'ensemble des parties de E . Pour tout $A, B \in \wp(E)$ on note $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$.

1 - Montrer que, pour tout $A, B, C \in \wp(E)$, on a: $(B - C \subset A \text{ et } C - D \subset A) \Rightarrow B - D \subset A$

2 - Soit $A \in \wp(E)$. Montrer que la relation \mathfrak{R} définie sur $\wp(E)$ par : $B \mathfrak{R} C \Leftrightarrow B \Delta C \subset A$; est une relation d'équivalence.

3 - Pour tout $B \in \wp(E)$, préciser la classe de B modulo \mathfrak{R} .

Comme au QCM

Exercice 38 Un bûcheron fou veut raser une forêt de dix mille arbres. Chaque année il coupe cinquante arbres de plus que l'année précédente. Au bout de 10 ans il a rasé la forêt.

Combien d'arbres a-t-il dû couper la première année pour parvenir à ce résultat ?

- a. 550 b. 775 c. 895 d. 1000 e. aucune de ces valeurs

Exercice 39 Un arrêt de bus est commun à deux lignes : la ligne A (intervalle 10 min) et la ligne B (intervalle 15 min). En supposant que les bus des deux lignes sont ponctuels, quel est le plus long délai d'attente entre deux bus quelconques?

- a. 6 min b. 7,5 min c. 10 min d. 12,5 min e. 15 min

Exercice 40 Bernard, le fils d'Antoine a dix ans. Emile, le cousin d'Antoine a quinze ans de plus que son ami Laurent. Alain, l'associé d'Antoine a six ans de plus qu'Emile. A la naissance de Bernard, Laurent avait l'âge que Bernard a aujourd'hui. Quel âge a donc Antoine ?

- a. 32 ans b. 37 ans c. 47 ans d. 52 ans e. On ne peut pas savoir.

Exercice 41 On additionne trois entiers consécutifs s'écrivant chacun avec trois chiffres.

Parmi les nombres suivants, déterminer ceux qui ne peuvent pas représenter une telle somme.

- a. 1245 b. 4521 c. 243 d. 1945 e. 318

Exercice 42 Un polygone régulier a un angle intérieur de 150° . Combien possède-t-il de côtés ?

- a. 6 b. 8 c. 10 d. 12 e. 14

Exercice 43 On choisit un nombre on le divise par 7, on trouve un reste égal à 5. On divise à nouveau le quotient obtenu par 7, on trouve un reste égal à 3 et un quotient égal à 12. Quel était le nombre de départ?

- a. 591 b. 593 c. 609 d. 614 e. 619

Exercice 44 Un train de longueur 100 m entre dans un tunnel qui mesure également 100 m. Il roule à la vitesse de 100 m/s. Combien de temps s'écoulera-t-il entre le moment où la locomotive entre dans le tunnel et le moment où le dernier wagon en sort ?

- a. 1 min b. 1 min 30 s c. 2 min d. 10 min e. aucune des réponses

Exercice 45 Le 14 juillet 1789 était un Mardi. Quel jour de la semaine était le 1er janvier 1789 ?

a. lundi b. mardi c. mercredi d. jeudi e. vendredi

Exercice 46 Quelle sera la date du 30^{ème} jour du 6^{ème} mois de la trentième année du XXX^e s ?

a. 29/06/3030 b. 30/06/2929 c. 29/06/3029 d. 30/06/3030 e. 30/06/2930

Exercice 47 Trois commerçants, un suisse, un italien et un français habitent dans trois maisons de couleurs différentes situées aux numéros 21, 23 et 25 de la rue des Tests.

Le boucher habite dans la maison jaune qui est à côté de la rouge mais pas de la verte.

L'épicier qui n'est pas suisse habite à côté du français.

L'Italien habite au numéro 21 et sa maison n'est pas jaune.

Parmi les affirmations suivantes laquelle (lesquelles) est (sont) exacte (s)

- a. Le pharmacien habite au 23. b. Le pharmacien n'est pas français.
 c. Le pharmacien habite la maison verte. d. Le pharmacien est suisse.
 e. Je ne peux pas répondre.

Exercice 48 Voici 4 affirmations relatives aux 4 nombres entiers a, b, c et d. Laquelle est fautive?

a. b et c sont pairs. b. c et d ont même parité. c. d et b sont impairs. d. c est pair.

Exercice 49 On veut entourer une prairie rectangulaire d'un grillage en plantant un piquet tous les quatre mètres à partir d'un coin. La longueur du champ est de 56 m et sa largeur 36 m.

Combien de piquets sont nécessaires ? a. 42 b. 44 c. 46 d. 48 e. 50

Exercice 50 Un matin, M Leveau va au marché aux bestiaux. Dès son arrivée, il achète une vache 600 euros. Il la revend ensuite 700 euros. Il achète de nouveau une vache 800 euros. En fin de journée, il trouve un acquéreur qui lui achète sa vache 900 euros.

Finalement, après toutes ces transactions, que peut-on dire de M Leveau ?

Il a gagné a. 100 euros b. 200 euros c. 300 euros d. 900 euros, il a perdu e. 100 euros.

Exercice 51 Dans le Loch Ness, on a observé des monstres à deux têtes. Un journaliste annonce : « Les monstres du Loch Ness ont tous deux têtes ». Après de nouvelles découvertes, l'annonce du journaliste s'avéra inexacte.

- Parmi les 5 phrases suivantes, laquelle est sans doute vraie ?
- Il n'existe pas de monstre à deux têtes.
- Tous les monstres ont soit une tête, soit deux têtes, voire trois têtes.
- Il existe des monstres à une tête.
- Il y a des monstres sans tête.
- Il existe un monstre ayant soit une tête, soit plus de deux, soit pas de tête du tout.

Exercice 52 Un sac contient le même nombre de billes noires et rouges.

Après avoir retiré la moitié des billes rouges du sacs, on peut dire des billes restantes que :

a. 75% sont noires b. 50% sont rouges c. 2/3 sont noires d. Le quart est rouge.

Exercice 53 Les 3 petits cochons veulent construire un nouvel enclos. Chaque jour, ils montent trois rangées de briques. La nuit le loup en fait tomber 2. Les petits cochons seront protégés dès qu'ils auront un mur de 9 rangées car le loup ne peut atteindre la 9^{ème} rangée.

Combien de jours faut-il aux petits cochons pour être protégés? a. 6 b. 7 c. 8 d. 9 e. 10.

Exercice 54 On dispose de deux carafes identiques, l'une pleine l'autre vide. Pour remplir la seconde on utilise un litre d'eau et la moitié de la première carafe.

A elles deux les carafes peuvent contenir au maximum : a. 2 litres b. 3 litres c. 4 litres d. 5 litres.

Exercice 55: La réciproque du théorème suivant : « Si un nombre entier est multiple de 10 alors son chiffre des unités est 0 » est :

- Si un nombre entier n'est pas multiple de 10 alors son chiffre des unités n'est pas 0
- Si un nombre entier n'est pas terminé par 0 alors il n'est pas multiple de 10.
- Si un nombre entier est terminé par 0 alors il est multiple de 10.
- Si un nombre entier est terminé par 0 alors il n'est pas multiple de 10.

Exercice 56 Le nombre possède une écriture décimale illimitée.

1/ Quelle est la valeur de sa cinquième décimale ?

- a. 1 b. 2 c. 3 d. 4 e. 5

2/ Quelle est la valeur de sa centième décimale ?

- a. 5 b. 6 c. 7 d. 8 e. 9

Exercice 57 Les 100 pièces d'un puzzle géométrique ont chacune une face soit verte soit rouge soit bleue; 23 pièces ont leurs deux faces vertes, 24 les deux rouges et 25 les deux bleues. Il y a aussi 7 pièces dont une face est verte l'autre bleue, 11 vert et rouge, les autres rouge et bleue.

Une seule proposition est vraie :

- 41 faces sont colorées en vert.
- La moitié des pièces ne comporte pas de vert.
- 10 pièces sont rouge et bleue.
- On ne peut calculer le nombre de faces bleues.

Exercice 58 On compte de 37 en 37 à partir de 79, soit la suite : 79 ; 116 ; 153 ; ... ; $79+37 \times n$; ... (n étant un nombre entier naturel). Quelles sont les réponses vraies (3 réponses correctes) :

- le 6^{ème} nombre est 264
- le 100^{ème} nombre est 3 779.
- 745 appartient à la suite
- Il n'y pas de nombre se terminant par 2.
- Si x et y appartiennent à la suite, ($x < y$) alors y-x est un multiple de 37.

Exercice 59 Quelles sont les propositions vraies ?

- 2 est premier
- 91 est premier
- 13×11 est premier
- tous les nombres premiers sont impairs.
- Tous les nombres impairs sont premiers

Exercice 60 Dans la division euclidienne de 3 576 542 507 par 748 :

- le reste est impair.
- le reste est 849.
- le reste est nul.
- le quotient est supérieur à trois millions et demi.
- le quotient est supérieur à 50 000 000.

Exercice 61 Jean 0 a dit : "tout blaveur a deux coulpris". Jean I le contredit : "ce que dit Jean 0 est faux". Jean II le contredit : "ce que dit Jean I est faux" ... Il en fut ainsi de même jusqu'à Jean XXIII, dont il est sûr qu'il dise la vérité. Parmi les phrases suivantes, laquelle (lesquelles) est (sont) sûre(s) ?

- tout blaveur a deux coulpris
- il y a un blaveur qui n'a pas deux coulpris
- il y a un blaveur qui a deux coulpris
- il y a un blaveur qui n'a qu'un coulpris
- aucun blaveur n'a deux coulpris

Exercice 62 Chacune des affirmations suivantes faites par cinq élèves est soit vraie, soit fausse :

- Alex : " Paris s'écrit avec trois consonnes et deux voyelles."
- Betty : " Au Pays de Galles, le mont Snowdon culmine à 1085 mètres."
- Claudia : " $2+3+5+7+11+13+17+19+23 = 100$."
- Daniel : " La phrase prononcée par Betty est fausse".

- Edwige : " Une seule des quatre phrases précédentes est vraie".

Que peut-on dire de ces cinq affirmations ?

- A - toutes sont vraies B - trois sont vraies et deux sont fausses
C - deux sont vraies et trois sont fausses D - une seule est fausse

Exercice 63 Quel est le nombre minimal de personnes qu'il faut réunir pour être certain qu'au moins 4 d'entre elles soient nées le même mois ? A - 13 B - 48 C - 60 D - 36 E - 37

Exercice 64 On veut compléter la proposition " CETTE PHRASE A ... LETTRES" par un nombre écrit en toutes lettres, de telle sorte qu'elle devienne correcte. Parmi les propositions suivantes, choisissez le seul nombre qui convient : A - 27 B - 28 C - 29 D - 30 E - 31

Exercice 65 Quatre amies : Adrienne, Béatrice, Charlotte, Delphine exercent quatre professions différentes : avocate, médecin, pharmacienne et professeur. Ni Béatrice, ni Charlotte n'exercent une profession de santé. Celle des quatre amies qui est médecin soigne Adrienne et Charlotte. Adrienne et Charlotte n'enseignent pas. Parmi les propositions suivantes, laquelle (lesquelles) est (sont) possible(s) ?
a - A. est pharmacienne et C. est médecin b - B. est avocate et C. est professeur
c - C. est professeur et A. est pharmacienne d - D. est médecin et B. est professeur
e - A. est médecin et C. est pharmacienne

Exercice 66 Trois frères Alfred, Bernard et Claude ont des crayons de couleur différente bleu, rouge et vert. De plus, les assertions suivantes sont vraies :

1. Si le crayon d'Alfred est vert, alors le crayon de Bernard est bleu ;
2. Si le crayon d'Alfred est bleu, alors le crayon de Bernard est rouge ;
3. Si le crayon de Bernard n'est pas vert, alors le crayon de Claude est bleu
4. Si le crayon de Claude est rouge, alors le crayon d'Alfred est bleu.

Que peut-on conclure sur la couleur respective des crayons d'Alfred, Bernard et Claude? Y a-t-il plusieurs possibilités ?