

Examen de Mathématiques UE 2 - CORRIGE
Durée 1 h - Documents interdits – Calculatrice autorisée

Exercice I : 12 points

1. a. Justifier l'existence d'une fonction réciproque pour la fonction $\tan$.
 $\tan$ est continue et strictement croissante sur $]-\pi/2, \pi/2[$ à valeur dans $\mathbb{R}$, elle réalise donc une bijection de $]-\pi/2, \pi/2[$ dans $\mathbb{R}$ et admet une fonction réciproque $\arctan$ définie sur $\mathbb{R}$.

b. $\arctan$ est continue et strictement croissante sur $\mathbb{R}$. $\arctan t$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et
 $\arctan'(x) = \frac{1}{1+x^2}$.

$$c. f'(x) = \frac{-1}{x^2} \times \frac{1}{1+\frac{1}{x^2}} = \frac{-1}{1+x^2}$$

(Donc $f(x) = -\arctan(x) + C$ avec $f(1) = \pi/4$ soit $C = \pi/2$)

2. On pose $f(x) = x^2 - \cos(x)$ continue sur $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

$$f(0) = -1 < 0$$

$$f(\pi/2) = -\pi/2 > 0$$

D'après le TVI, $f(x) = 0$ admet au moins une solution sur $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

3. f est continue dérivable sur $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$, on applique le TAF :

$$\exists c \in]0, \pi/4[\text{ tel que } f'(c) = \frac{\arctan\left(\frac{\pi}{4}\right) - \arctan(0)}{\frac{\pi}{4} - 0} = \frac{4}{\pi}$$

Exercice II

1. Représenter le tableau à l'aide du papier semi-log fourni.

2. Le nuage de points est rectiligne.

$$3. y = 0.7 + 0.04t$$

$$4. \log_{10}(p) = 0.7 + 0.04t$$

$$p = 10^{0.7+0.04t} = 10^{0.7} \times (10^{0.04})^t$$

$$p = 5.0 \times 1.1^t$$

