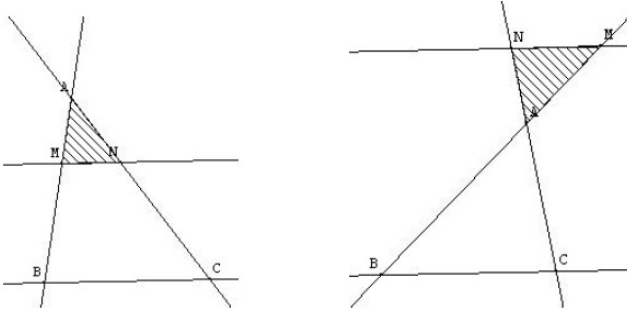


Géométrie plane : Longueur et aire

I Théorème de Thalès et sa réciproque

Les 2 configurations suivantes sont des situations de Thalès:



Théorème de Thalès:

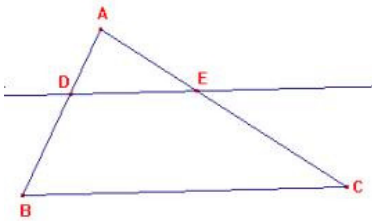
Soit le triangle ABC, si

- $M \in (AB)$ et $N \in (AC)$
- $(BC) \parallel (MN)$

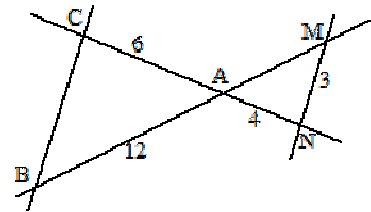
on peut alors appliquer le théorème de Thalès:

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Exemple 1: Soit un triangle ABC. (DE) et (BC) sont parallèles. AD = 2 cm, AB = 5 cm, AC = 7 cm et DE = 4 cm. Calculer AE et BC.



Exemple 2 : Les droites (MN) et (BC) sont parallèles. Calculer BC et AM.



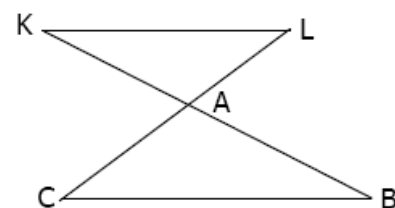
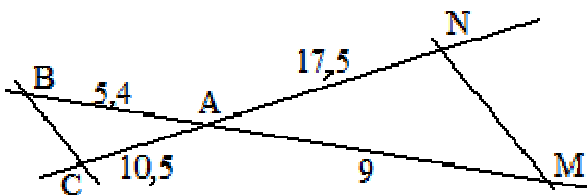
Réciproque du théorème de Thalès : Soit un triangle ABC, si

- A, B, M et A, C, N sont alignés **dans le même ordre**
- $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

alors d'après la réciproque du théorème de Thalès, (AB) et (MN) sont parallèles.

Exemple 1 : (MN) et (BC) sont-elles parallèles?

Exemple 2 : AK=7, AL= 5, AC=7, AB=10.
(KL) et (BC) sont-elles parallèles?

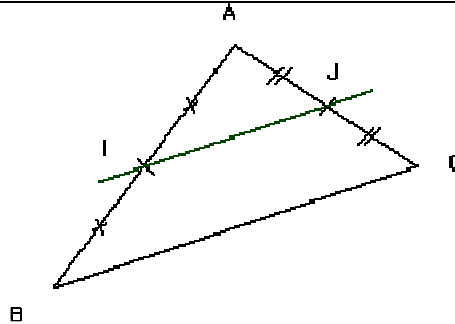


II Droite des milieux

Les propriétés de la droite des milieux sont l'application directe du théorème de Thalès dans un triangle.

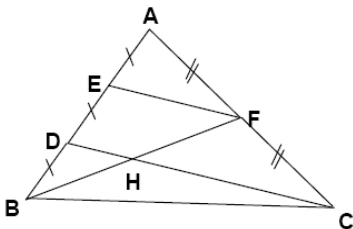
Propriétés: Dans un triangle,

- la droite passant par les milieux de 2 côtés est parallèle au troisième côté.
- la droite passant par le milieu d'un côté, parallèle à un deuxième côté, coupe le troisième côté en son milieu.
- Le segment reliant les milieux de 2 côtés mesure la moitié du troisième côté.



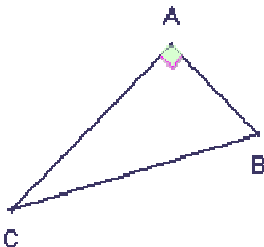
Exemple 1: Tracer un parallélogramme ABCD et placer le symétrique E du point D par rapport à A. Les droites (CE) et (AB) se coupent en F. Prouver que F est le milieu de [EC] et de [AB].

Exemple 2 : On donne $DC = 3,2 \text{ cm}$; à l'aide des indications portées sur le dessin, calculer EF et CH.



III Théorème de Pythagore

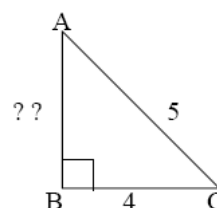
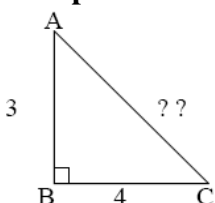
Configuration



Théorème de Pythagore : Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des petits côtés.

Si ABC est rectangle en A, alors $BC^2 = AC^2 + AB^2$

Exemple 1 : Calculer la longueur manquante



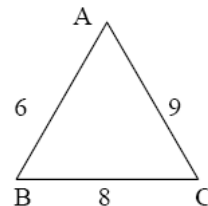
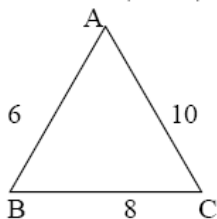
Exemple 2 : Calculer la diagonale d'un carré et la hauteur d'un triangle équilatéral en fonction du côté c .

Exemple 3 : Soit un demi-cercle (C) de diamètre [AB] tel que $AB = 12$. Soit O le milieu de [AB] et H le milieu de [AO]. La perpendiculaire en H à (AB) coupe (C) en M.

1. Faire une figure.
2. Quelle est la nature du triangle AMB ? En déduire la longueur exacte de M.
3. Calculer $\sin \widehat{ABM}$. En déduire une mesure de l'angle $\widehat{ABM}$. Etablir ce résultat d'une autre façon.
4. La médiatrice de [AB] coupe (MB) en N. Calculer les valeurs exactes de NB et ON.

Réciproque du théorème de Pythagore : Si dans un triangle, le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des petits côtés, alors le triangle est rectangle.

Exemple: Les triangles ci-dessous sont-ils rectangles ?



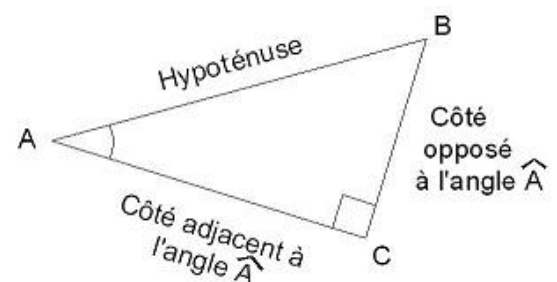
IV Trigonométrie

Propriété : Dans un triangle ABC rectangle en A, on a :

$$\cos \hat{A} = \frac{\text{côté.adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AC}{AB}$$

$$\sin \hat{A} = \frac{\text{côté.opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{BC}{AB}$$

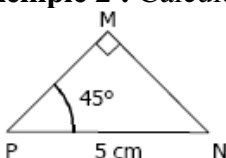
$$\tan \hat{A} = \frac{\text{côté.opposé}}{\text{côté.adjacent}} = \frac{BC}{AC} \quad \text{Soit SOHCAHTOA}$$



Exemple 1 : A l'aide d'un triangle rectangle isocèle et d'un triangle équilatéral, compléter le tableau :

angle en °	30°	45°	60°
cos			
sin			
tan			

Exemple 2 : Calculer les longueurs MN et MP



V Périmètre et Aire

Périmètre : On appelle périmètre d'une surface la longueur de son contour.

Aire : On appelle aire d'une surface l'étendue de cette surface.

Formulaire : *feuille jointe*

Unité de longueur et d'aire :

longueur

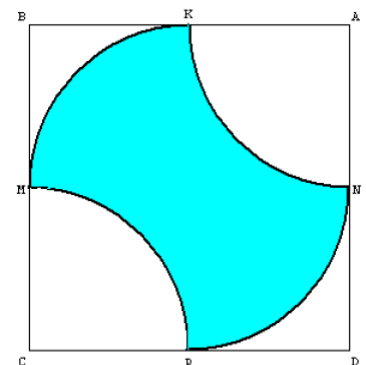
Aire

conversion : $\text{pouce} = 2,58 \text{ cm}$ $\text{pied} = 30,48 \text{ cm}$ $\text{mile} = 1,609 \text{ km}$ $\text{mile marin} = \text{nœud} = 1,852 \text{ km}$
 $\text{un are} = 10 \text{ m} \times 10 \text{ m} = 100 \text{ m}^2$ $\text{un hectare} = 100 \text{ m} \times 100 \text{ m} = 10\,000 \text{ m}^2$

Exemple 1 : ABCDEF est un hexagone régulier inscrit dans un cercle de centre O et de rayon r . Calculer l'aire de l'hexagone ABCDEF en fonction de r .

Exemple 2 : Un terrain a la forme d'un trapèze isocèle PQRS. On sait que $PQ = 80 \text{ m}$, $RS = 140 \text{ m}$, $PS = 50 \text{ m}$ et $QR = 50 \text{ m}$. Quelle est le périmètre en m et l'aire du terrain exprimée en ares ?

Exemple 3 : Cette figure est construite à partir d'un carré ABCD de $a \text{ cm}$ de côté et de quatre quarts de cercle de rayon $\frac{a}{2}$. K, N, R et M sont les milieux respectifs des segments [AB], [AD], [DC] et [BC]. Calculer l'aire de la surface grisée.



Exemple 4 : Un champ, dont les quatre côtés ont la même longueur, a une superficie de 1,2 hectare. Sa plus petite diagonale a pour longueur 100 mètres. Quelle est la mesure en mètres de chacun de ses côtés ?