

REGLES DE CALCUL, ENSEMBLES DE NOMBRE, ORDRE**I/ Règles de calcul et priorités opératoires**

On note a et b deux nombres quelconques. Les règles suivantes sont vérifiées pour tous les nombres utilisés en collège.

- L'addition et la multiplication sont :
 - commutatifs** : $a + b = b + a$ et $a \times b = b \times a$
 - associatifs** : $(a+b)+c=a+(b+c)$ $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
- L'addition possède un **élément neutre**, l'élément nul 0 : $a + 0 = a$
- La multiplication possède un élément neutre, l'unité : $a \times 1 = a$
- La multiplication est **distributive** sur l'addition:
 - $a \times (b+c)=a \times b + a \times c$
- On appelle **opposé** du nombre a le nombre noté $-a$ vérifiant $a + (-a) = 0$
- On appelle **inverse** du nombre non nuls a le nombre noté a^{-1} ou $\frac{1}{a}$, vérifiant $a \times \frac{1}{a} = 1$.

Exemples

nombre	$\frac{1}{2}$	5	$\frac{2}{5}$	-3	$-\frac{2}{3}$	0
inverse						

Priorités de calcul : Les calculs se font dans l'ordre des priorités suivant :

- 1/ Les calculs entre parenthèses**
- 2/ Les puissances**
- 3/ La multiplication et la division**
- 4/ L'addition et la soustraction**
- 5/ En cas d'opérations de mêmes priorités, de gauche à droite.**

Exemples : Calculer

$$\mathbf{A} = 5 \times 6 + 7 =$$

$$\mathbf{B} = 3 \times 5 - 4 \times 3 + 5 =$$

$$\mathbf{C} = (5-3)^2 + 5 =$$

$$\mathbf{D} = (5-3) \times (7+1) =$$

$$\mathbf{E} = 5 \times 3 : 2 \times 3 =$$

$$\mathbf{F} = 5 \times 3 : (2 \times 3) =$$

$$\mathbf{G} = 5 + 3 - 2 + 5 - 6 =$$

$$\mathbf{H} = 12 - 5 + 8 - 9 + 7$$

Les ensembles de nombres étudiés sont stables pour l'addition et la multiplication. L'addition ou la multiplication de deux entiers est un entier, de même pour deux rationnels ou deux réels.

II/ Les entiers naturels \mathbb{N}

Définition: L'ensemble des nombres entiers naturels, noté \mathbb{N} , est constitué des entiers positifs ou nul.

Propriété: Cet ensemble contient un plus petit élément, 0, et n'a pas de plus grand élément.

Exemples de calcul dans \mathbb{N} :

$$1\ 562 + 783$$

$$1562 - 783$$

$$156 * 17$$

Division euclidienne : Soit n et d deux entiers naturels.

Il existe toujours et de façon unique dans \mathbb{N} des entiers q et r , $r < q$, tels que $n = d \times q + r$.

La recherche de ces entiers uniques q et r correspond à la division euclidienne de n par d .

dividende	n	d	diviseur
reste	r	q	quotient.

Exemple :

$$156 : 7$$

$$1235 : 11$$

Divisibilité : Un entier n est dit divisible par d si le reste de la division euclidienne de n par d est nul. n est alors un multiple de d .

Exemple : 156 est-il divisible par 13 ?

1625 est-il divisible par 13 ?

Insuffisances de \mathbb{N} : Dans \mathbb{N} , les nombres n'ont pas d'opposé (sauf 0) ni d'inverse (sauf 1).

III Les entiers relatifs \mathbb{Z}

Définition: L'ensemble des nombres entiers relatifs, noté \mathbb{Z} , est constitué des entiers positifs et négatifs.

Construction géométrique : droite graduée

Règle des signes : Le produit de deux nombres de même signe est positif, le produit de deux nombres de signe contraire est négatif.

Ordre de deux entiers relatifs :

- Un nombre négatif est toujours inférieur à un nombre positif.
- Les nombres négatifs sont rangés dans l'ordre opposé des nombres positifs.

Exemple : Ordonner 2,5 et -1.2 -3,4 et 0.5 -1,5 et -3,4

Exemples de calcul dans \mathbb{Z} :

$$12 - 18$$

$$12 - 5 + 1 - 4$$

$$12 \times (-5)$$

$$-2 \times (-3) + 8 \times (-2)$$

Insuffisance de \mathbb{Z} :

IV Les décimaux \mathbb{D}

Définition: L'ensemble des nombres décimaux, noté \mathbb{D} est constitué des nombres acceptant une écriture décimale finie.

Une fraction $\frac{p}{q}$ est un nombre décimal si la division de p par q tombe juste.

Exemple:

Contre-exemple :

Propriété: Tout nombre décimal peut s'écrire sous forme de fractions décimales (dénominateur égal à une puissance de 10 : 1 10 100 1000 ...)

Une fraction est un décimal si le dénominateur de sa forme irréductible est un produit de puissance de 2 et de 5.

Ex: 2,17=

0,025=

35,1 =

Exemples de calcul :

$$142,25 + 137,8$$

$$125,2 \times 2,4$$

$$125,2 : 5$$

$$125 : 1,5$$

Ordre de deux décimaux :

- Les décimaux ont le même ordre que leur partie entière.
- En cas d'égalité on compare la partie décimale en partant du chiffre des dixièmes, puis des centièmes ...

Exemple: Ordonner : 142,52 et 137,1 142,528 et 142,53

Insuffisance de \mathbb{D} :**V Les rationnels \mathbb{Q}**

Définition Un nombre rationnel est un nombre pouvant s'écrire comme le quotient de deux entiers :

$$\frac{p}{q}, \quad p \in \mathbb{Z} \text{ et } q \in \mathbb{N}^*$$

p est appelé numérateur et q dénominateur.

Exemples : $0 \left(\frac{0}{2}\right)$ $3 \left(\frac{3}{1}\right)$ $2,1 \left(\frac{21}{10}\right)$ $\frac{1}{3}$ $-\frac{5}{7}$

Construction géométrique : Thalès

Définition : On appelle forme irréductible d'un rationnel l'écriture où le quotient est le plus petit possible.

Exemple: $\frac{21}{9} =$

Période d'un rationnel : Si un rationnel $\frac{p}{q}$ n'est pas un décimal, la division de p par q conduit à une suite infinie de chiffres. Dans cette suite, une séquence de chiffres se répète indéfiniment et s'appelle la période.

Exemple : Trouver la période de : $\frac{4}{3}$; $\frac{43}{7}$; $\frac{70}{11}$

Exemple : Trouver l'écriture fractionnaire de 15,2727 (100x-x est entier....)

Valeurs approchées

Tout rationnel admet un encadrement décimal ou une approximation décimale avec une précision aussi grande que l'on veut.

Pour les fractions suivantes, chercher un encadrement au dixième et au centième puis une valeur approchée au dixième et au centième : $\frac{22}{7}$ et $\frac{27}{13}$

Ordre de deux rationnels:

- Deux fractions sont égales si elles ont la même forme irréductible ou si il y a égalité des produits en croix.

- Deux fractions ayant le même dénominateur positif sont ordonnées suivant l'ordre des numérateurs.

- Pour comparer deux fractions, on les met au même dénominateur.

Exemple: Comparer $\frac{15}{4}$ et $\frac{11}{3}$

Règles de calcul :	$\frac{a}{b} = \frac{ka}{kb}$	$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$
	$c \times \frac{a}{b} = \frac{ca}{b} = a \times \frac{c}{b}$	$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

Application : Simplifier A,B... et en déduire le plus petit ensemble le contenant.

$$\mathbf{A} = 1 + \frac{2}{3} - \frac{1}{6}$$

$$\mathbf{B} = \left(\frac{2}{3} \times \frac{5}{8} \right) : 2$$

$$\mathbf{C} = \frac{\frac{2}{3} - \frac{1}{6}}{1 + \frac{3}{2}}$$

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}$$

$$\mathbf{E} = \frac{15}{49} \times \frac{35}{64}$$

$$\mathbf{F} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3}}$$

Insuffisances de \mathbb{Q} :**VI Les réels \mathbb{R}**

Certains nombres comme $\sqrt{2}$ ou π ne sont pas des rationnels. L'ensemble des réels complète l'ensemble \mathbb{Q} pour que tous les points de la droite graduée puissent être associés à un nombre.

Définition : Un nombre est dit irrationnel s'il ne peut s'écrire sous forme d'une fraction (rationnel).

Exemple : Les nombres suivant sont-ils irrationnels ?

$\sqrt{2}+1$

$\frac{\sqrt{2}}{3}$

$(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)$

$\sqrt{4}$

Construction géométrique : $\sqrt{2}$ $\sqrt{3}$ $\sqrt{5}$ (Pythagore)

Propriété : L'ensemble des réels est totalement ordonné.

Règles de calcul : On utilise les mêmes règles de calcul dans \mathbb{R} que dans \mathbb{Q} . Il n'est pas toujours possible de simplifier les expressions et on doit garder les valeurs exactes du début à la fin des calculs.

Exemple : Simplifier

$\sqrt{72} =$

$\sqrt{125} =$

$\sqrt{12} + 3\sqrt{3} - 5 =$

$5\sqrt{2}(\sqrt{2}-3) =$

Quelques sites pour se préparer à l'épreuve de QCM :

- QCM corrigés

http://www.iufm.fr/devenir-ens/actualites_pratiques/index1.html

http://www.iufm.fr/devenir-ens/actualites_pratiques/1re-annee/tests-admission.html

- Cours exercices

<http://www.cmi.univ-mrs.fr/~torresan/LicPluri/>

<http://www.reunion.iufm.fr/dep/mathematiques/PE1/PE1Gene.html>

<http://vekemans.free.fr/WWWPE/index.html>

<http://dpernoux.free.fr/DP087000.htm>

<http://perso.orange.fr/coutarel.olivier/promethee.htm>

<http://jmlabatte.site.voila.fr/>