AGROCAMPUS
2016-2017
L2 Mathématiques

FEUILLE D'EXERCICES n^0 IV

EXERCICE I

Dans l'espace vectoriel E muni des lois habituelles lesquels de ces sous ensembles sont ils des sous espaces vectoriels:

i) $F = \{(x, y)|x + y = 2\}, E = \mathbb{R}^2$.

ii) $F = \{(x, y)|x + y = 0\}, E = \mathbb{R}^2$

iii) $F = \{(x, y, z)|2x + 3y - z = 0\}, E = \mathbb{R}^3$

iv) $F = \{(x, y, z)|2x + 3y - z = 3x - 2y = 0\}, E = \mathbb{R}^3$.

EXERCICE II

i) Décrire les sous espaces vectoriels de $\mathbb{R}$, puis de $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$.

ii) La réunion de deux sous-espaces vectoriels d'un espace vectoriel est-elle toujours un sous-espace vectoriel?

EXERCICE III

Soit F_1 (resp. F_2) le sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$ engendré par les vecteurs $v_1 = (2, 3, -1), v_2 = (1, -1, -2)$ (resp. $w_1 = (3, 7, 0), w_2 = (5, 0, -7)$). Démontrer que $F_1 = F_2$.

EXERCICE IV

Déterminer les équations cartésiennes des ss-espaces vectoriels suivants:

i) $F =< (1, 2) >$ dans $\mathbb{R}^2$.

ii) $F =< (1, 2, 1), (0, 1, -1) >$ dans $\mathbb{R}^3$.

EXERCICE V

Donner une condition nécessaire et suffisante pour que les vecteurs (a, b) et (c, d) forment une base de $\mathbb{R}^2$.

EXERCICE VI

Soient $v_1 = (2, 0, -1), v_2 = (4, 0, 7), v_3 = (0, 0, 5), v_4 = (-1, 1, 4)$ dans $\mathbb{R}^3$.

i) La famille $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ est elle une base de $\mathbb{R}^3$?

ii) La famille $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ contient-elle une base de $\mathbb{R}^3$?

EXERCICE VII

Calculer une base de l'ensemble des solutions du système linéaire homogène suivant:

$$(S)\begin{cases} x - 2y + 3z & = 0 \\ 2x - 4y + 6z & = 0 \\ 3x - 6y + 9z & = 0 \end{cases}$$

Même question pour

$$(S')\begin{cases} 2x + y - z & = 0 \\ -x + 5y + 3z & = 0 \\ -x + 16y + 8z & = 0 \end{cases}$$

EXERCICE VIII

Calculer une base du noyau de chacune des matrices suivantes:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \\ -2 & 2 & 9 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 & -2 & 5 & 4 \\ 2 & -6 & 9 & -1 & 8 & 2 \\ 2 & -6 & 9 & -1 & 9 & 7 \\ -1 & 3 & -4 & 2 & -5 & -4 \end{pmatrix}$$